30 Mars 1966

Je rappelle aux quelques-uns d'entre vous qui n'étaient pas là la dernière fois que l'administration de l'Ecole m'a chargé de vous demander de ne pas fumer, de ne pas fumer, cher Alain. C'est une demande de l'administration de l'Ecole.

Cette dernière fois, donc, Je vous ai parlé au premier abord de ce que je pouvais en donner, immédiatement de ma visite aux Amériques. C'est là un sujet qui n'a pas fini, je pense, de porter ses fruits, ou ses conséquences, dans la suite de ce que j'aurais à vous dire. Pour aujourd'hui, nous le laisserons radicalement de côté. On m'entend au fond? Pas très bien. Et que donc, ce sujet, je ne le reprendrai pas aujourd'hui. Je n'ai pas parlé que de cela la dernière fois et pour ce que j'ai dit d'autre, je me suis aperçu que j'avais mis, disons certains, dans l'embarras, pour ne pas dire, produit chez eux quelque scandale. En effet, j'ai touché à deux points: le premier, à cause de l'article de Michel Tort, j'ai dit, j'ai tenu sur le plagiat quelques propos qui m'ont valu la manifestation d'un étonnement. "Comment - a pu me dire l'un des meilleurs de mes auditeurs - pouvez-vous faire bon marché, comme vous l'avez énoncé, du plagiat?" répétant, ce que pourtant j'avais dit depuis longtemps, depuis très longtemps, depuis toujours - ceux-là le savent qui me suivent depuis l'origine - qu'il n'y a pas de propriété des idées. Est-ce que vous ne semblez pas tenir, beaucoup, vous-même que de ce qui vous est dû, hommage, à l'occasion, vous soit rendu?
Je crois qu'il y a là un point à préciser si, en effet, il est bon qu'à chacun, pas seulement à moi, hommage soit rendu de ce qu'il peut apporter de nouveau dans la circulation de ce qui s'articule d'un discours cohérent, ceci ne peut être que du point de vue de l'histoire, et d'une façon, qui doit y rester limité. Qui donc songerait, faisant un cours de

mathématiques, à rendre à chacun des initiateurs de ce qu'il est amené à articuler de son cours, sa place et son dû. Tout ceci reste assimilé, réintégré, repris, généralisé ou particularisé selon les cas, et d'une façon, après tout, qui se passe fort bien de toute référence au premier temps de la mise en circulation d'une démonstration ou d'une forme.
C'est pourquoi j'ai entendu, déplacer l'accent sur ce que j'ai appelé, d'une façon plus ou moins propre, détournement d'un mouvement de la pensée. Ceci est bien autre chose. Quand un discours, dans ce qu'il a de conquérant, de révolutionnaire pour appeler les choses par leur nom, est en train de se tenir et de nos jours nous savons ou ces discours se tiennent, en reprendre les opérations voire même le matériel pour l'orienter à des fins qui sont proprement celles d'où, il entend se distinguer, c'est là qu'au moins serait-il nécessaire de rapporter les éléments du discours là où on les a pris et où ils ont été créés, orientés, à une fin parfaitement articulée et claire, et qui est celle qu'on entend desservir.
Si l'analyse est une opération qui se poursuit en référence à la science, et en tant que reposée d'une façon entièrement orientée par l'existence de cette science, la question de la vérité, cette interrogation, est, par l'analyse portée à son maximum, au minimum d'étroitesse, précisément, qui correspond à cette visée, que c'est la science qu'elle interroge.
Si, sur cette question de la vérité, c'est la religion qui doit donner la réponse, que ne le dit-on ouvertement! Mais alors, qu'on ne se targue pas, de la position du philosophe, qui jusqu'à ce jour, précisément, n'a jamais varié de s'en distinguer, de cette réponse religieuse.
Personne n'a encore osé faire de Freud un apologiste de la religion. Pour quelqu'un, ne pas reconnaître que c'est moi qui lui ai appris à lire Freud, alors que cette opération est en cours, pour en détourner l'incidence, de cette lecture sur les sables du désarroi de la pensée spiritualiste, ceci, est proprement une malhonnêteté, non pas d'écrivain qui dérobe tel ou tel passage du discours d'un confrère, mais de philosophe.

C'est, à proprement parler, une trahison philosophique à laquelle je ne donnerai pas cette sorte de grandeur qui serait de révéler ce qu'il peut y avoir à partir d'un certain moment de malhonnêteté foncière dans la position philosophique elle—même si elle ignore combien la psychanalyse la renouvelle. Dans ce cas, c'est simplement une malhonnêteté débile, un manque absolu de sérieux, un pur désir de parade, dont je remercie Monsieur Tort d'avoir démontré l'inopérance et le ridicule.

J'ai parlé ensuite d'autre chose que j'ai à peine amorcée : j'ai parlé du retournement introduisant ce que j'ai à vous dire aujourd'hui sur le plan du topologique, et ma foi, de ce retournement il s'est trouvé que certains se sont sentis un tant soit peu retournés : qu'à la vérité, dans un certain contexte, les mots portent, et que là encore, nous nous trouvons, bien sûr, rapportés à ce qu'il en est, non tant de l'usage des idées ,mais de l'usage des mots. Prendre un mot comme support d'un noeud du discours n'est assurément pas une opération inoffensive puisque ce mot a déjà pu être pris dans un autre discours. C'est un autre niveau de la fonction de l'homonymie et dans certains cas, il peut en effet, en porter avec lui, certaines conséquences.
Ce retournement que j'ai donc amené au jour, ou plutôt ramené, comme vous allez le voir, à propos de la figure du tore. J'ai cru pouvoir le faire d'une façon assez rapide croyant qu'au moins dans une partie de mon auditoire, on se souvenait qu'à la fin de l'année 1962, c'est le séminaire 1961-62, sur l'identification, celui où j'ai mis au jour la fonction fondamentale du trait unaire, de la coupure et où introduisant déjà, la fonction des différentes formes topologiques dont je vais avoir à parler aujourd'hui, à propos du tore, le 30 Mai 1962 exactement, j'ai expressément montré comment s'articulait deux champs qui étaient proprement ceux de deux bords, si vous voulez, pris l'un dans l'autre, telle que cette figure peut le représenter, et, comme je l'ai longuement détaillé, comment il est possible de voir, dans les roulements de l'un sur l'autre, roulements dont il est indémontrable qu'il

est spéculativement possible - la possibilité - d'un entier décalque de tout ce qui peut se dessiner sur l'un, au cours de ce roulement sur l'autre, avec ce que ceci comporte : c'est que, la coupure suivante, dont j'ai montré l'importance, parce que c'était précisément là ce sur quoi j'ai, pendant cette année, longuement insisté, que la coupure suivante, que nous avions appris à traduire comme le chemin entourant, si l'on peut dire, le corps du tore, c'est le manche. Et comment il est nécessaire qu'une demande qui se répète dans cette forme d'équivalence, ne puisse se permettre que - je m'exprime dans des termes imagés et simples de façon à bien me faire entendre d'un auditoire qui n'est pas forcément initié aux formes proprement mathématiques qui donneraient à ceci sa rigueur - à faire, si je puis dire, le tour, de ce trou central, qui est la propriété topologique essentielle du tore, celle qui introduit dans son extérieur, cette énigme de contenir un intérieur par rapport à l'intérieur du tore, ou si vous voulez, d'une façon plus rigoureuse, de permettre que des circuits fermés à l'intérieur du tore, s'enchaînent ou se bouclent par rapport à des circuits fermés qui sont extérieurs. Je vous l'illustre : voici, - je vais le faire dans une autre couleur - voilà un circuit fermé à l'intérieur, vous voyez que c'est un tore. Il est possible de faire un circuit fermé à l'extérieur qui soit bouclé avec le circuit fermé intérieur. Ce qui est strictement impossible dans la formule topologique qui forme depuis toujours le modèle sur lequel s'articule la pensée de l'intérieur et de l'extérieur, qui est la sphère, quelque circuit fermé que vous fassiez à l'intérieur de la sphère, il ne sera jamais pour vous avec un circuit fermé extérieur. Cette forme topologique étant restée longtemps la forme prévalente pour toute conception de la pensée, et restant par exemple, immanente à l'usage des cercles d'Euler en logique, c'est précisément là l'intérêt des nouveautés topologiques que je promeus devant vous, et de vous montrer de quel usage elles peuvent être, pour résoudre certaines impasses des problèmes qui nous sont, à nous posés par la topologie de notre expérience, et qui trouvent, dans ces nouvelles formes topologiques, leur support et leur solution.

Que ce retournement soit bien un retournement, ceci peut se voir aisément, et je le dis tout de suite. C'est de l'ordre, semble-t-il, de la récréation mathématique que de le représenter, comme je vais vous le représenter. Néanmoins cela garde tout son intérêt et toute son importance, et comme je ne pourrais pas l'insérer aisément dans la suite de mon discours, je vais vous en donner tout de suite l'image. Considérez simplement ceci comme une introduction à ce qui va vous être dit d'une façon plus cohérente et plus développée.
Ce n'est pas simplement d'un autre tore qu'il s'agit dans celui-ci qui peut servir de décalque à ce qui est inscrit sur l'autre. Topologiquement, un tore est quelque chose de tout à fait équivalent à ce qu'on appelle en topologie l'insertion sur une sphère d'une poignée. Vous voyez bien que par transformation continue comme on s'exprime dans certains manuels, c'est exactement la même chose, un tore ou une poignée, que cette espèce de cloche fermée.
A partir de là, il vous sera aisé de comprendre la légitimité du terme de retournement si nous donnons à ce mot, son sens intuitif, son sens intuitif dont ce n'est pas pour rien qu'il évoque la manipulation, la manoeuvre, la main, cette main qui est présente jusque dans le terme allemand pour désigner ce traitement : Handlung.
La faveur que nous pouvons y trouver est justement celle, sinon de complètement réduit à ce qu'il y a de prévalence visuelle dans le terme d'intuition, tout au moins de le faire reculer. Déjà les stoïciens en avaient senti l'importance et là nécessité — certains d'entre vous savent ce qu'ils faisaient de la main ouverte, de la main fermée, du poing, voire justement de ce retournement que la main image.Ici, c'est à proprement parler de cette sorte de retournement qui est lié à l'usage de la main, le retournement d'une peau qui la recouvre, le retournement du gant, pour l'appeler par son nom, à quoi nous faisons référence. Ce fait qu'un gant droit

retourné fasse un gant gauche, et plus exactement fasse l'image du gant dans le miroir, pour autant que l'image du gant dans le miroir c'est le gant de l'espèce opposée, voilà qui est le point de départ de l'intérêt que nous portons à ce terme de retournement.
N'oubliez pas que cet exemple intuitif, est proprement ce qui a nécessité, pour Kant, certains des amarrages de son Esthétique transcendentale. Je ne m'y arrête pas plus longtemps pour l'instant mais consultez le chapitre qui, si mon souvenir est bon, est le chapitre 13 des "Prolégomènes à toute métaphysique future". Vous en verrez 1'importance qui va s'enraciner plus loin dans toute la discussion entre Leibniz et Newton sur la nature de l'espace.
Pour le cas de notre sphère avec la poignée, elle est uniquement là, surtout sous cette forme, pour vous rendre sensibles à ceci qu'un tore est tout-aussi retournable qu'un quelconque support d'homologie sphérique tel que 1e gant. Car le gant, vous le voyez bien, n'est pas dissemblable, quant à sa topologie, d'une sphère, il suffit que vous souffliez assez fort sa baudruche pour le voir se réduire à une forme sphérique. Le tore est retournable également. Il suffit en effet, pour que vous 1e voyez tout de suite, que passant par une ouverture quelconque votre main vous alliez accrocher l'intérieur de la poignée pour voir ce qui s'y passe.
Voici maintenant ma sphère ouverte pour ma main et retournée. Ici vous voyez se dessiner, avec deux trous dans la sphère, ce qui pourrait apparaître être une poignée intérieure. Je vais mettre mon doigt, ici, à l'intérieur de cette poignée intérieure. Il vous est du même coup immédiatement sensible je pense, qu'à tirer là-dessus, vous voyez se produire, se reproduire, une poignée extérieure. Il n'y a pas de poignée intérieure insérable sur une sphère. Toute poignée est toujours une poignée extérieure. La seule différence avec la première, c'est celle qui est ici, cela sera de se profiler aussi dans un axe sagital par rapport à vous, alors qu'elle était ici transversale, autrement dit, de même que les deux tores précédents, d'être l'un par rapport à l'autre dans une position de déplacement d'un quart de

tour, non pas d'un demi tour, comme dans une translation qui tenterait d'en reproduire l'équivalent, mais d'un quart de tour. Ce quart de tour est très important car il est irréductible à toute translation spéculaire . Néanmoins, il reste, au niveau du tore, que quelque chose n'apparaît pas aussitôt, qui nous détache des possibilités particulières qui font que le retournement, la substitution de l'endroit à l'envers et inversement est quelque chose qui reproduit la formation spéculaire. On pourrait dire ici qu'on trouve quelque chose qui, à ce quart de tour près, ferait de l'image retournée du tore, après tout quelque chose qui n'est pas, réellement, qui n'est pas fondamentalement, différent du point de vue topologique et qui en donne encore, en quelque façon, un équivalent spéculaire. Je le répète, c'est par ce déplacement d'un quart de tour dont nous allons mieux voir - à rapprocher le tore des formes topologiques de sa famille - qu'il est déjà quelque chose qui sépare le tore de toute surface d'homologie sphérique concernant cette relation à l'image spéculaire.

Nous allons le voir maintenant plus en détail. Mais pour ne pas faire baisser, si je puis dire, votre attention, à m'étendre sur ce qui fait la force générale de ces aspects topologiques qui se distinguent de la sphère, je vais tout de suite matérialiser pour vous ce dont il s'agit : il s'agit du rapport d'un décalque à l'image spéculaire, vous n'avez qu'à vous reporter à ce que j'ai déjà suffisamment, je pense manipulé devant vous, de la surface ou de la bande de Moebius, pour vous rappeler à la fois ce que je vous en ai dit, et ce qui en vient aujourd'hui dans mon explication.
Si la surface de Moebius se fait de joindre les deux extrémités d'une bande après un demi tour, il en résulte ce que je vous ai dit en son temps, une surface unilatère. Vous pouvez vous souvenir de ce que je vous ai dit, ici dans mon cours, il y a déjà deux ans, c'est à savoir que pour recouvrir cette surface, pour en faire l'équivalent et le décalque il faudra que vous en fassiez deux fois le tour, c'est-à-dire que, partant d'un point, ou d'une ligne

transversale qui est celle-ci vous arrivez après un tour, à être à l'envers du point d'où vous êtes d'abord parti et qu'il faut que vous fassiez un second tour, pour revenir conjoindre votre décalque à la ligne dont vous êtes parti. Vous aurez donc un décalque, une surface collée à la première, qui aura diverses propriétés, dont la première d'abord, est d'être, pour nous, pour parler rapidement, deux fois plus longue que la première, d'autre part d'être complètement différente d'elle, du point du vue topologique. Elle n'est ni homéomorphe ni homéotope, elle n'est pas homologue, car elle, au lieu de se conjoindre à elle-même, après un demi tour, une demi torsion sur elle-même, elle est conjointe à elle-même d'une torsion complète ce qui aura pour effet de vous la présenter de la façon que je peux facilement reproduire en coupant - j'ai déjà maintes fois fait ce geste - celle-ci par son milieu, à savoir quelque chose qui se présente comme une double boucle, laquelle est conjointe d'une façon bien particulière qui reste à préciser, qui n'est pas n'importe laquelle et dont je vous ai déjà dit, et montré qu'elle a pour propriété d'être applicable sur la surface d'un tore, d'une façon qui reproduit exactement la double boucle et l'inclusion du trou central dans cette boucle, qui est exactement celle-ci.

Cette différence qu'il y a du décalque radical à ce dont il part, c'est là proprement ce sur quoi repose cette distinction que je fais qu'en parlant de l'objet(a) je dis qu'il n'est pas spéculaire, 1'objet(a) étant précisément, de la bande de Moebius, vous le savez, ce qui la complète et ce qui est son support, ce qui ferme la bande de moebius pour donner cette surface complétée auxquels sont donnés légitimement les noms divers du plan projectif quelquefois ou mieux encore, dans le cas où nous la représentons, cette construction que j'ai maintes fois représentée devant vous sous cette forme dont vous savez qu'elle représente l'entrecroisement de ce qui est la surface qui se gonfle ici dans la partie inférieure de cette baudruche, l'entrecroisement de cette surface avec elle-même qui, ici passe derrière, de même ici, celle-ci passe derrière. C'est ce qu'on, appelle, le cross-cap, la partie supérieure, ou plus exactement, quand nous avons, comme, dans cette figure, amputée, à la partie sphérique inférieure ou calotte, ceci représente ce qu'on appelle le cross—cap ou autrement dit la mitre, l'ensemble de la figure, si vous voulez, appelons-là, pour ça, pour cette forme représentée, la sphère mitrée, Ce qui donne une actualité singulière, si vous me permettez un peu de fantaisie, aux représentations de Dali des évêques morts sur la plage de Cadaquès. Quoi de plus beau, semble avoir deviné Dali, qu'un évêque statufié, pour représenter ce qui nous importe ici à savoir le désir.

Cette propriété générale d'un certain nombre de fonctions topologiques, de se présenter, avec une distinction plus ou moins apparente, dont je pense ici vous avoir fait saisir au niveau de la bande de Moebius le caractère s'imposant, alors qu'il peut être, dans certaines des autres formes, plus larvé, voilà ce qui est essentiel, à distinguer et qui pour nous, nous dirige, vers ce que, pour parler rapidement nous appellerons, si vous voulez, les formes mentales qui sont celles auxquelles nous devons accommoder notre expérience, ce qui est là seulement une approche de la question, laquelle est celle-ci : quel est le rapport de cette structure avec le champ de notre expérience ?
Quelqu'un m'a demandé récemment si - j'entends quelqu'un qui n'est pas de notre domaine, qui est un mathématicien fort distingué, dont j'ai l'honneur d'être l'ami depuis quelques temps et que certains ici connaissent, au moins par la liaison que j'ai commencé d'établir entre eux et lui, ce quelqu'un qui n'a pas du tout été inattentif à la sortie du premier cahier du cercle épistémologique - m'a posé certaines questions sur tel ou tel texte de M. Milner ou de M. Miller et s'est inquiété, en quelque sorte, sur ce dont il s'agissait, si c'était à savoir de modèles mathématiques ou même de métaphores. J'ai cru pouvoir lui répondre que les choses, dans ma pensée allaient plus loin et que les structures dont il s'agit ont droit à être considérées comme de l'ordre

d'un Upokeïmenon d'un support, voire d'une substance de ce qui constitue notre champ.
Le terme donc de forme mentale comme toujours, est là d'approche, est inapproprié. N'oubliez pas pourtant que celui qui a introduit de façon éminente cette question de la révision des formes topologiques comme fondement de la géométrie, Henri Poincaré pour le nommer, et ces publications qui commencent, comme vous le savez, au compte-rendu de la société de Mathématiques de Palerme, entendez bien qu'il s'agissait là de quelque chose qui nécessite, chez le Mathématicien lui-même, une sorte d'exercice, d'exercice d'auto-brisure des cadres intuitifs qui lui sont habituels et qu'il admettait que dans ces références, il y avait la source d'une sorte de conversion de l'exercice intuitif de l'esprit qu'il considérait comme non seulement fondamental mais nécessaire à l'inauguration de cette révision.

Disons maintenant quelles sont les forces dont il s'agit et quelles sont celles, qui vont nous servir. Elles sont au nombre de quatre, dont brièvement, à l'usage de ceux pour qui ces termes ont un sens, je dirai que le caractère commun est que la caractéristique dite d'Euler-Poincaré, précisément que je viens de nommer, y est égale à zéro. Je ne vais pas vous dire ce que c'est que cette caractéristique d'Euler-Poincaré, néanmoins, je vais tout de même vous en donner une pointe, un aperçu, sans ça, à quoi bon la nommer. Commençons d'abord par énumérer les quatre formes, elles sont : le cylindre - ou le disque troué, ce qui topologiquement est exactement la même chose -le tore, la bande de Moebius et la bouteille de Klein, Ces quatre formes topologiques ont cette constante d'Euler-Poincaré ; pour vous donner l'idée de la différence qu'il y a entre ces surfaces et celle de la sphère, je vous rappellerai que la sphère (j'ai mis des ombres pour la rendre plus mignonne) la sphère et tout ce qui lui est homologue, à savoir par exemple tous les polyèdres que vous connaissez qui peuvent s'y inscrire car quelle que soit la complication de ces polyèdres, ils sont homologues à une sphère. Si vous faites à l'intérieur de la sphère, par exemple, un tétraèdre, vous verrez qu'il n'est pas de nature essentiellement différente, il n'y a qu'à souffler dans le tétraèdre assez fort pour qu'il devienne sphérique, eh bien, l'une des incarnations de cette constante d'Euler consiste à prendre, quand il s'agit du polyèdre, le nombre de ses faces(F), le nombre de ses arêtes(A), et le nombre de ses sommets(S) et à y colloquer alternativement le signe plus et le signe moins, par exemple +F - A + S (je fais ici un signe moins et aux deux un signe plus et nous avons pour ce qui est du tétraèdre : + 4 -6 + 4

Vous voyez que ceci donne exactement pour résultat le chiffre deux. C'est précisément parce que, si vous faites ,n'est-ce *pas : 4 — 6* + 4, ça fait deux, vous pouvez vérifier ceci à propos de n'importe quel polyèdre. Si je vous ai mis le plus simple, c'est pour ne pas vous fatiguer, si vous prenez un dodécaèdre,le résultat sera le même.
Mais si vous faites un polyèdre quelconque qui soit inscrit dans un tore, vous vérifierez facilement qu'à faire la même opération, à savoir l'addition des faces avec les sommets, et la soustraction des arêtes, vous aurez zéro.

Maintenant, quel est l'usage que nous pouvons faire de ces quatre éléments topologiques respectivement le cylindre, le tore, la bande de Moebius, et la bouteille de Klein. C'est là que nous allons venir maintenant et - vous parlant de cet usage - il faut d'abord que je mette l'accent sur certaines des propriétés, l'usage viendra après. Impossible de vous en jeter à la tête, si je puis dire, tout de suite la valeur opératoire, dans telle ou telle de nos références, impossible de vous en donner la translation, la traduction tout de suite, si d'abord je ne mets pas en valeur ce qui les distingue l'une de l'autre et ce qui leur donne ces précieuses propriétés, qui ne sont autres, je vous le répète que les propriétés même de notre champ, que nous voyons ici en raison du fait que ces figures ne sont pas quoi que ce soit que vous puissiez légitimement traduire par ce par quoi je suis pourtant forcé de vous les représenter, à savoir par quelque chose qui

s'intuitionne, mais par quelque chose qui, dans toute sa rigueur, ne s'articule que de référence symbolique, et d'une formulation qui ne se supporte que de l'usage plus ou moins élaboré et combiné de ce que j'appellerai des lettres, pour autant qu'une théorie des ensembles pourrait ici vous amener à ce chapitre particulier de la topologie qui nous attache dans l'occasion - je pourrais entièrement vous le développer au tableau - sous la forme d'une série de formules qui ne se distingueraient pas à votre regard de l'usage commun des formules algébriques et que ça serait évidemment d'un cheminement beaucoup plus sûr, pour l'usage que nous pourrions en faire.
Autrement dit, il importe, concernant ces surfaces, que vous fassiez la distinction dans votre esprit, de ce qui est de la surface locale, et de la surface globale. Il est de la conséquence de votre capture par ce qui s'appelle l'intuition, autrement dit l'imaginaire, que vous pensiez ces surfaces comme des surfaces locales c'est-à-dire, que vous ne puissiez pas détacher - dans l'intuition d'une portion quelconque de ces surfaces - de ce qu'implique le fait qu'une surface locale peut faire partie d'un plan défini ou d'une sphère ce qui est équivalent, topologiquement.

Mais toute parcelle d'une surface globale telle qu'elle est définie ici topologiquement, doit se concevoir comme porteuse essentiellement des propriétés de la surface globale. C'est pourquoi par exemple, il ne nous intéresse absolument pas de considérer, dans le tore, un de ces petits fragments par exemple, que nous appellerons disques dans l'occasion, en tant qu'il peut se réduire à un point. Ceci n'a rien à faire topologiquement avec le tore, car ce qui distingue le tore de la sphère où la même chose se produit comme sur le plan, c'est que, il y a, dans le tore, des circuits fermés, exactement, apparemment équivalents à celui que nous avons défini ici tout d'abord, et dont vous voyez bien qu'il se distingue radicalement du premier.

1°) en ceci qu'il ne découpe rien à la surface du tore, il l'ouvre simplement, il le transforme en un cylindre, et d'autre part, qu'il ne peut d'aucune façon, se réduire à un point puisque le trou central du tore est ce qui arrêterait, si je puis dire, son rétrécissement. Sur un tore, vous voyez bien qu'il existe deux sortes de circuits fermés de cette espèce, voici l'autre. Et vous reconnaissez ici donc, les deux formes de coupure que dans un premier abord, j'ai demandé qu'on me suive par hypothèse en convenant d'attacher à l'un la connotation d'une de ces coupures signifiantes que nous pourrions considérer comme représentant la demande, à cette condition, que nous nous apercevions de ce que comporte la répétition de ce cycle quand il ne se ferme pas et comment, pour se fermer, il doit obligatoirement passer par le circuit de l'autre espèce, que de ce fait, nous nous apercevons pouvoir particulièrement aisément symboliser ce fait que pour nous ce que la demande se trouve supporter par rapport à ce queje vous ai appris à considérer comme sa conséquence, à savoir la dimension du désir, elle ne saurait le supporter comme tel qu'à se répéter ce qui, du même coup, nous suggère, quelque originalité spéciale de ce terme de répétition, à savoir qu'il n'est pas, en quelque sorte, une dimension vaine, qu'en lui-même, la répétition développe quelque chose, qu'il y a pour nous tout intérêt à illustrer de cette façon.

En effet, pour reprendre Poincaré, c'est lui qui a introduit la fable, si l'on peut dire philosophique, l'idée de ces êtres infiniment plats qui pouvaient subsister sur les surfaces topologiques qu'il a mises en circulation. Ces êtres infiniment plats ont une valeur, ont une valeur qui est de nous faire remarquer ceci, à savoir : ce qu'ils peuvent et ce qu'ils ne peuvent pas savoir. Il est clair que, si nous supposons, une topologie, une structure qui est elle-même de surface, habitée par des êtres infiniment plats, ce n'est certainement pas pour nous référer nous-mêmes à ce que vous voyez forcément ici représenté, à savoir la plongée dans l'espace, des dites formes topologiques.
Pour ce qui subsiste au niveau de cette structure topologique, ce que j'appelle, au passage, comme ça

et en m'en excusant, le trou central, est absolument impossible à apercevoir.
Par contre, ce qu'il est possible d'apercevoir, c'est la cohérence qui boucle celle que je viens de vous dessiner. Il est également parfaitement possible à l'intérieur même du système de s'apercevoir qu'une espèce de bande que, je vais vous représenter maintenant, si vous le voulez pour économiser, sur la même figure, celle-ci qui conjoint en un seul, les deux espèces de circuit fermé qui pour nous, pour nous qui plongeons dans l'espace parce que nous sommes, au moins provisoirement assez infirmes pour y trouver un secours, il se trouve y faire circuit à la fois autour de ce que j'appellerai - pourquoi, puisque nous en sommes à la compromission, nous arrêter? - le trou intérieur et le trou extérieur.
Cette boucle qui s'appelle, parce que c'est celui qui l'a découverte, un cercle de Bilarso. Il a découvert ceci bien avant qu'on fasse de la topologie ; il l'a découvert à propos de propriétés métriques sur lesquelles je n'insisterai pas. Il s'est amusé à découvrir que cette sorte de boucle, à condition de la déterminer par une opération bien choisie, pouvait être, dans un tore fait par la rotation d'un cercle régulier, que cette boucle elle—même pouvait être circulaire. C'est très facile de s'en apercevoir. Il suffit de pratiquer sur le tore une coupe par un plan, bitangent ce qui, en coupe, se présente comme ça.
Ceci était déjà une première approche ; il y avait quelqu'aperçu topologique dans cette approche de Bilarso. Je n'y fais allusion que pour vous faire remarquer que même un être infiniment plat, dans la surface du tore, peut s'apercevoir qu'il y a deux séries de ces cercles de Bilarso. Il y a ceux qui vont dans ce sens-là et il y a ceux qui vont dans le sens contraire et qui ont pour propriété de recouper tous les premiers.

Bien entendu vous voyez bien qu'on peut en faire toute une série faisant tout le tour du tore, qui ne se recoupent pas. Ceci pour vous montrer l'élaboration possible, le matériel que mettent à notre portée ces structures pour quelque chose qui n'est rien de moins que l'articulation cohérente de ce qui se pose à nous comme problème au regard par exemple d'une réalité comme le fantasme.

J'ai insisté dans le début de mon enseignement sur la fonction imaginaire comme étant ce qui supporte radicalement l'identification narcissique, le rapport microcosme-macrocosme, tout ce qui a servi jusqu'à présent de module à la cosmologie comme à la psychologie. J'ai construit un graphe, pour vous montrer à un autre état et dans une autre référence à la combinatoire symbolique quelque chose qui est aussi une forme d'identification celle qui fait le désir se supporter du fantasme .
Le fantasme, je l'ai symbolisé par la formule $\$$ coupure (si vous voulez) de(a) : $\$ \diamond (a)$

Qu'est-ce que c'est que ce(a)?
Est—ce que c'est quelque chose d'équivalent à l'i(a), image spéculaire, ce dont se supporte, comme Freud l'articule expressément, cette série d'identification s'enveloppant l'une l'autre, s'additionnant, se concrétisant à la façon des couches d'une perle, au cours du développement qui s'appelle le moi.
Est-ce que le(a) n'est qu'une autre fonction de l'imaginaire ?

Quelque chose doit tout de même vous mettre en soupçon qu'il n'en est rien, si j'avance depuis toujours que le(a) n'a pas d'image spéculaire. Mais qu'est-il? Pour vous reposer, parce que je pense qu'après tout, tout ceci est bien aride, je vous dirai qu'une fable, un modèle, un apologue m'est venu à l'esprit, précisément au temps de mes conférences aux U.S.A. mais que je vous en ai réservé la primeure. C'est-à-dire que le mot qui m'est venu à l'esprit pour vous faire saisir où est le problème, ce mot je ne l'ai pas mis en circulation. Je l'ai d'autant moins mis en circulation que je ne crois pas qu'il ait de traduction en anglais. Mais enfin je leur en ai donné quand même une petite idée. J'ai employé le terme <u>Frame</u> ou <u>framing</u>. Il y a un mot beaucoup plus beau

en français. C'est un mot qui a son prix sur la scène du théâtre, c'est le mot praticable.
Après tout, peut-être certains d'entre vous se souviennent-ils de la façon dont j'ai parlé du fantasme à certaines de nos journées provinciales quand j'y ai fait référence à un jeu, qui n'est point de hasard, du peintre Magritte qui l'a, dans ses tableaux, répété bien souvent, à savoir de représenter l'image qui résulte de la pose, dans le cadre même d'une fenêtre d'un tableau qui représente exactement le paysage qu'il y a derrière. A ceux-la, mon introduction du praticable n'apportera rien de nouveau, à ceci près que c'est un petit peu plus mettre l'accent et le point sur les i. Quel est le fruit de la présence du praticable sur la scène du théâtre, sinon à une certaine distance, d'être pour nous trompe-l’oeil, d'introduire une perspective, un jeu, une capture dont on peut dire qu'il participe de tout ce qu'il en est dans le domaine du visuel, de l'ordre de l'illusion et de l'imaginaire.

Néanmoins, si vous passez derrière le praticable, il n'y a plus moyen de s'y tromper. Et pourtant le praticable est toujours là. Il n'est pas imaginaire. Le bâti existe. C'est là très précisément ce dont il s'agit, il faut avoir poussé les choses assez loin et très précisément dans une analyse, pour arriver au point où nous touchons, dans le fantasme, l'objet(a) comme le bâti. La fonction du fantasme dans l'économie du sujet n'en est pas moins de supporter le désir de sa fonction illusoire. Il n'est pas illusoire. C'est par sa fonction illusoire qu'il soutient le désir, le désir se captive de cette division du sujet en tant qu'elle est causée par le bâti du fantasme.

Qu'est-ce à dire ? Est-ce à dire que nous puissions nous contenter de dire que, comme au théâtre, il n'y a qu'à avoir son entrée dans les coulisses pour aller visiter le praticable et en avoir le fin mot ? Il est bien évident que ce n'est pas de cela qu'il s'agit et que, comme les êtres infiniment plats qui habitent ce corps, ce n'est pas à nous déplacer sur la surface du tore, que nous aurons jamais l'idée de ce qui est là, sous forme de trou, et qui selon toute apparence, doit bien avoir quelque chose à faire avec cet objet(a) puisque c'est de son existence que dépend la distinction de ces deux boucles 8 qui sont faites autour de cette torsion externe avec celle qui les rejoint à franchir ce trou.

C'est ici que l'usage des autres surfaces topologiques dont je vous ai annoncé la fonction peut nous être de quelque service. Je n'ai pas besoin, je pense, de longuement pérorer sur ce qui peut se décrire au niveau du plan projectif quand il est particulièrement aisé, et je l'ai fait maintes fois, de représenter ici par ce que j'ai appelé tout à l'heure improprement le cross-cap, car cet impropre nous permet la remarque mais nous continuons de l'appeler ainsi : je n'aime pas beaucoup la sphère mitrée...

Et de nous apercevoir qu'une coupure qui d'une façon très frappante a exactement la même structure de double boucle que celle qui nous permet, au niveau du tore, de mettre en évidence la présence du trou central, même aux êtres parfaitement plats ; alors que je vous fais remarquer qu'elle est, au niveau de la simple coupure, du cercle de Bilarso, parfaitement indiscernable, que cette double boucle ici a pour effet - je pense l'avoir suffisamment de fois décrite devant vous, pour que vous vous en souveniez - de séparer la surface, contrairement à ce qui se passe pour la double boucle, quand elle est faite sur le tore, le tore reste d'un seul tenant, Mais ici nous avons au centre, cette surface de ce que nous pouvons appeler un faux disque si vous voulez mais qui est tout de même bel et bien un disque dont vous savons depuis longtemps que je le prend pour support ou encore armature et enfin cause de l'illusion du désir, autrement dit comme équivalent de l'objet(a). L'autre partie du cross-cap étant, ceci est très facile à mettre en évidence, je l'ai fait autrefois, à cette même époque lointaine, en 62, par des dessins dont certains se souviennent encore, extraordinairement raffinés mais vraiment dont je serais ici un peu las de reproduire le détail, ils n'avaient qu'un intérêt, c'est dans certaines des transformations qui consistent à déplier le repli qui se trouve là, et aussi bien à le réduire ici, à s'apercevoir que l'autre partie - appelons-la, la partie B, et celle-là (a) - que l'autre partie, est une bande de Moebius.

En cours de déploiement, vous pouvez sur cette figure faire apparaître toutes les illusions les plus ravissantes, approchez ça de la forme de la conque de l'oreille, d'une coupe médiane montrant les involutions des formes extérieures du cerveau, aussi bien de n'importe quoi d'autre, à savoir une coupe des enveloppes embryonnaires : ceci n'a qu'une valeur suggestive et peut-être pas tout à fait sans nous indiquer que quelque chose de ces forces enroulées sont inscrites partout à l'intérieur de l'organisme. Mais alors, est-ce que nous ne pouvons pas nous poser la question de savoir si nous ne trouvons pas ici confirmation de ce que nous cherchions concernant ce que j'ai appelé, approximativement, jusqu'à présent le trou central du tore, une confirmation de cette indication qu'au niveau du tore, et la chose aura son importance si nous sommes amenés par exemple à symboliser le fonctionnement en décalque des deux tores d'une façon telle qu'ils nous servent à représenter par exemple une relation spécifique de la névrose, celui qui lie le désir du sujet à la demande de l'autre. Cette suggestion que, ici, le trou, à savoir quelque chose d'insaisissable est ce qui représente la place de l'objet(a), est-ce qu'à le trouver dans son support au niveau d'une autre surface comme celle du cross-cap, nous ne voyons pas là une suggestion qui peut être précieuse du point de vue opératoire.

Quelque chose nous le confirme, c'est à savoir ceci :un gant, c'est fait de la couture des deux bords, des deux trous qui constituent les limites d'un cylindre ou d'un jade troué, comme vous voudrez. Car ce n'est pas pour rien que quelque chose comme les jades troués ça se fait depuis longtemps, bien sûr, nous ne savons plus ce que ça veut dire mais il est assez probable que ceux qui se sont donnés assez de mal à l'origine pour les faire, savaient que ça pouvait servir à quelque chose.

Il n'y a pas tellement que ça, de formes trouées naturelles et ce n'est pas pour rien que la gravure chinoise manifeste nettement dans toutes ses propositions et ses associations que ses formes de pierre trouée qu'elle nous montre avec surabondance, sont toujours liées à des thèmes érotiques, par parenthèse.

Comment est-ce constitué un plan projectif ? La forme rigoureuse, je vous la donne d'emblée, pour montrer à quel croisement on la rencontre et comment on la construit; mais c'est elle qui est à la fois la plus essentielle, je veux dire dans une représentation topologique tout à fait couramment reçue, valable et fondamentale. C'est celle-ci : partez d'une figure qui est faite comme l'autre, vous voyez, des deux cercles qui font bord dans le cylindre, et identifiez chaque point d'un de ces cercles avec le point diamétralement opposé de l'autre. En d'autres termes, ce qui dans la bande de Moebius se représente comme ceci, à savoir que c'est en la tordant d'un demi tour, que c'est en venant appliquer cette flèche dans son sens, bien sûr, en l'accoudant à l'autre flèche qui est dans le sens opposé que vous obtenez une bande de Moebius. Eh bien, cette opération-là, faites-là avec deux limites circulaires. Vous aurez ce qui, ici va dans ce sens là, s'accoler ici, dans ce sens-là.

Il est facile de voir à cette coupure même que dans une pareille topologie qui est celle du plan projectif, le disque central, encore que ça ne saute pas à l'intuition, mais quand je vous l'ai représenté comme ça, vous le voyez tout de suite, le disque central n'est pas un trou, mais fait partie de la surface.
C'est pourquoi un plan projectif est dit - je ne vous apprends là, je ne sais pas, ça peut vous surprendre, mais reportez-vous aux manuels de topologie, vous y verrez ce qui est considéré comme fondamental ceci que - le plan projectif est composé de deux parties à savoir d'un disque central et de quelque chose qui l'entoure qui a la structure d'une

bande de Moebius que je considère comme, par cette figure, suffisamment illustré.

A ceci près, que ce disque central, lui, puisque c'est un vrai disque, est parfaitement évanouissant à savoir qu'il est également vrai que le plan projectif, que ce soit ce que je vous dessine là maintenant, à savoir simplement une surface telle que chacun de nos points soit identique au point diamétralement opposé. Il n'est pas nécessaire que le disque central apparaisse : il peut se réduire à n'être rien. En quoi, se démontre sa propriété éminente pour représenter telle dimension de l'objet (a) et très spécialement le regard par exemple, dont la propriété d'objet et de piège, consiste précisément en ceci qu'il peut être totalement élidé. Je ne puis vous quitter sans vous faire remarquer cette chose que je pense avoir déjà suffisamment avancée devant vous pour n'avoir qu'à y faire allusion, c'est que, grâce à la coupure en huit inversé, à la double boucle, le découpage du tore, qui, je vous le répète, reste d'un seul tenant, est, fait d'une façon telle qu'à condition d'une couture appropriée, vous en faites très aisément - et il ne s'agit pas là d'une question matérielle, manipulatoire ; encore qu'elle le soit, elle n'est point incorporelle vous pouvez très facilement, du tore ainsi ouvert par la double boucle, en y procédant, c'est très facile, je pense que vous le concevez puisque je vous dis que la surface de Moebius coupée par le milieu vient s'appliquer sur le tore, inversement si la coupure du tore représente précisément, ce qu'en isole cette surface à double boucle - vous en faites très aisément une bande de Moebius. C'est là le lien topologique qui nous donne l'idée de la transformation possible de ce qui se passe à la surface du tore, en ce qui doit se passer sur une surface de Moebius si nous voulons que puisse en surgir la fonction de l'objet(a). Néanmoins cet objet(a), restant encore là si fuyant, problématique, en tout cas si accessible à la disparition, peut-être n'est-ce pas là ce qui est suffisant. C'est ce qui fera qu'une fois de plus je vous laisserai sur un suspense et vous montrerai comment la bouteille de Klein résout cette impasse.