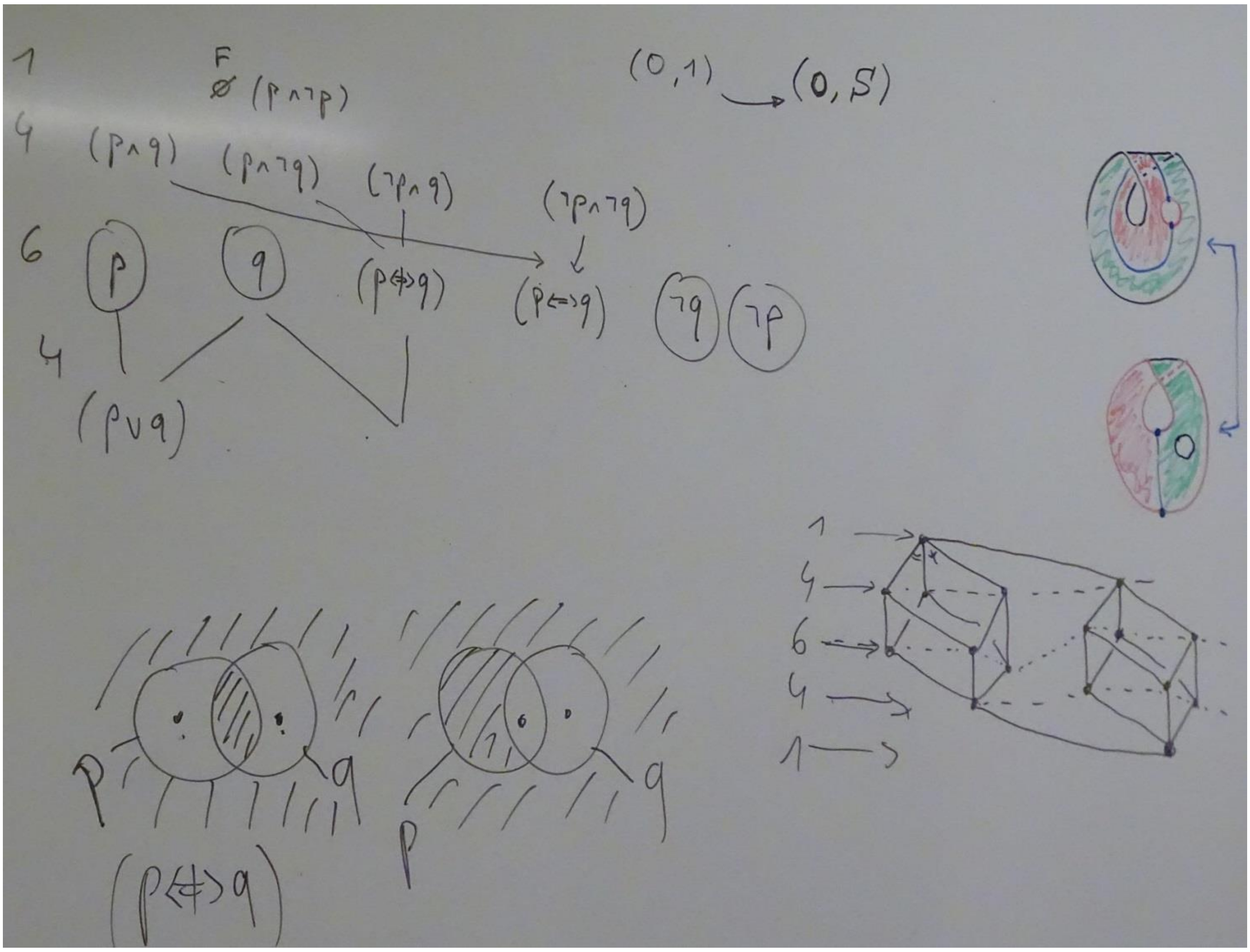
Treillis des différents connecteurs binaires, à partir de p ∧ q, J-M. **Vappereau**,
ENS du 27 janvier 2015
(*tentative d'écriture, haute voltige, sans filet !)*
voir aussi le compte rendu du cour du 27 janvier 2015

Je vais reprendre tout ça à partir des **connecteurs binaires**, 01.00.34,



Donc les **connecteurs binaires**, il y a déjà celui là que je vais appeler le **connecteur zéro barré**, ∅, le Faux si vous préférez, c'est p ∧ ¬ p, en **logique classique**, faite attention, ça ça écrit quelque chose qui est tautologiquement Faux, c'est une façon d'écrire le Faux, voyez qu'ici le Faux, c'est celui des antilogies, les antilogies c'est toujours Faux, p ∧ ¬ p , là vous avez le ∧ Et, qui est là, avec cette table vous pouvez vérifier que p ∧ ¬ p, ce sera toujours Faux, *on reverra ça après* …..
Ensuite vous avez binaire, vous avez p ∧ q, dans la même ligne vous avez p ∧ ¬ q, et ¬ p ∧ q, et ¬p ∧¬q.
*[ça ça s'appelle la barre de **Sheffer**, (Sheffer stroke), non c'est pas la barre de Sheffer !!]*,
ça c'est la négation du Ou, de la **disjonction**, bon *on va revoir ça plus loin*, est-ce que tous ceux là sont des connecteurs différents ?, oui ! ensuite à la ligne suivante, si vous faites l'union de ces deux là, l'union de ces deux là, ça donne p, et l'union de ces deux là ça donne q , et l'union de ces deux là ça donne *7* ?, *16* ?, ???? 01.01.02, p ∧¬q, et ¬q∧p, ça ça s'appelle justement p <≠>q, p différent de

q, **donc il faut connaitre les connecteurs**, **le cour de logique que je propose de faire c'est justement de commencer à étudier les connecteurs**, il y en a 16, alors si on ajoute ça à chacun des trois, il va y en avoir 3 autres ici, $p \neg p \wedge \neg q$ avec $p \wedge q$, ça s'appelle, c'est la négation, ici les trois suivant ça va être la négation des trois premiers, ici c'est $p \equiv q$ (p équivalent à q), c'est ces deux là qui donnent ça, j'efface le tableau, … c'est une des façons que j'ai pour ne pas en oublier de faire une sorte de **treillis** comme ça, donc $p \wedge \neg q$, et $\neg p \wedge \neg q$, ça donne $\neg q$, vous avez $\neg q$ du côté de p, et $\neg q$ du côté de $\neg p$, donc vous avez $\neg q$ en entier, et $\neg p \wedge q$ et $\neg p \wedge q$ ça donne $\neg p$, ça ça fait la ligne des 6, là vous en avez 1, là 4, ici vous en avez 6, la ligne suivante ça va commencer à se réduire,

Ça si vous faites l'union, ça fait $p \vee q$, l'union de ces deux là, l'équivalence et la différence, … c'est curieux, ça c'est une implication, ça et ça ce sont les négations d'une équivalence, parce que ici vous allez avoir, …., c'est pourtant une symétrie, ha ! non non !, attendez je me reprends, **les trois premiers ils sont six**, c'est pas quatre, 01.02.25, je suis en train d'essayer de dessiner un **treillis** de mémoire, et surtout sans le dessiner, parce que c'est ça qui …, un treillis ça se dessine comme ça, vous partez d'un point, c'est un **hypercube**, vous avez intérêt à mettre un angle ici, différent de celui qui est là, parce que là vous allez avoir besoin pour faire l'hypercube, pour reconstruire le cube ici, vous voyez le cube en perspective qui commence à apparaître, ..et ici vous faites la même chose, mais c'est un cran plus bas, alors là vous avez la face supérieure du cube, là le début de la face postérieure, donc sur cette ligne là vous avez bien 1 élément, ici sur cette ligne là vous avez 4 éléments, sur cette ligne là vous en avez 6, ça bave un peu, et sur cette ligne là vous en avez 4 de nouveau, et là à la fin vous en avez 1, donc vous avez 6, 4, 1, ça c'est ce qu'on appelle un **hypercube**, en dimension ?, finalement **c'est un tore**, si vous mettez un cube à l'intérieur de l'autre vous allez avoir un tore, l'hypercube vous pouvez le dessiner sur un tore, c'est des petits exercices qu'il faut étudier si on veut étudier la manière d'écrire tout ça sérieusement, donc moi j'en étais arrivé à cette ligne 6, de 6 éléments, alors qu'est ce que je fais ? Je dis que ça c'est $p \vee q$, alors ça c'est quoi, $q \wedge p <\neq> q$, ça c'est difficile de vous expliquer ça en deux mots, 1.03.38, **là vraiment on commence à avoir des difficultés, si vous n'avez jamais fait ça, c'est l'occasion de noter que vous devriez le faire**, **comment faire le treillis des 16 connecteurs binaires ?,** parmi lesquels on va trouver des unaires, il faut décomposer, alors je vais le faire avec un diagramme d'Euler Venn, si j'ai ici q, p, ici j'ai q, $p <\neq> q$ c'est cette zone là, et cette zone là, donc il n'y a pas ça, ça c'est $p <\neq> q$, vous avez la table qui est ici, il y a deux zones vraies, et deux zones fausses, deux zones fausses avec des hachures et deux zones vraies, c'est ça qu'on appelle $p <\neq> q$, c'est les deux oreilles du diagramme, et on compose ça avec q, q c'est quoi ?, q en diagramme c'est ce qui est à l'intérieur de q, donc il n'y a pas ça, ni ça, il faut se donner les moyens, c'est pas des moyens mnémotechniques à définir chaque chose, alors les diagrammes d'Euler Venn c'et assez bien pour composer, parce que si je fais l'union des deux, je crois que je vais garder ça, ça, ça et ça, je vais pas compter celui là deux fois, $p <\neq> q \wedge q$, l'union des deux ça donne $p \vee q$, comme ici, **non ça ne va pas !,** où me suis-je trompé, c'est incroyable, $p <\neq> q$, celui là était bien $p \wedge \neg q$, c'est bien ces deux zones là, $p \wedge \neg q$, et ça c'est $q \wedge \neg p$, c'est donc bien le composé de ces deux là, donc voyez, ça fait des années que je fais ça, et je me trompe encore dans la façon de lister les connecteurs propositionnels classiques, ça devrait vous rassurer, vous devriez vous dire que vous avez de bonnes raisons de vous tromper, **JR** : (*dans l'empathie.. oedipienne* !), Non , ça nous rassure pas du tout ! **JMV** : ça vous angoisse que le Maître se trompe, vous savez, je ne suis pas un Maître, je suis 1 millimètre, Lacan disait qu'il était un centimètre, moi je suis 1 millimètre, **donc**

comment fabriquer tous les connecteurs, pourtant moi j'ai toujours ce schéma là dans le collimateur quand je pense aux connecteurs, bon alors, je peux aussi prendre mon papier et vous les mettre au tableau !! Mais je vais quand même faire un autre essais. Voulez vous photographier ça, car même quand l'orateur se casse la gueule, c'est intéressant, il va falloir que je réfléchisse beaucoup, pourquoi je n'arrive pas à le faire du premier coup ! **Marc** : ça peut pas être $\neg p \vee q$? **JMV** : si je fais l'union, c'est bien les zones vraies qui sont concernées, et c'est bizarre que ceci composé avec le Ou, ça donnerait la même chose que ceci composé avec p, **Marc** : j'ai pas vu si c'est $\neg p \vee q$? **JMV** : $\neg p \vee q$ vous dites ? l'union, on conserve ces deux là1.06.53, et ces deux là ici, dans l'union on conserve ceux qui sont concernés ?, **JR** : mais $\neg$ p, vous devriez barrer celui qui est au milieu, le point du milieu devrait être barré, la lunule du milieu, si c'est $\neg$ p, elle est barrée, **JMV** : non ici c'est q, JR : si vous avez fait $\neg$ p il faut barrer cette partie de p, **JMV** : j'ai pas fait $\neg$ p, là je cherche à faire la conjonction de $q \wedge p <\neq> q$, **Marc** : si on superpose les deux on n'a plus qu'une lunule, **JR** : Ha bin non ! JMV : si je compose par le ET, là vous avez raison, mais là c'est par l'Union, $\vee$; je suis en train d'agrandir, voyez là c'est le plus petit, il y a rien, ici, il y a juste une zone, ça c'est **les quatre zones atomiques**, ça ça correspond à la zone qui est entre les deux, celle-ci correspond à la zone atomique qui est d'un côté, c'est $\neg q$, donc je marque q, et là $\neg q \neg p$, c'est ça, bon ici c'est la même chose, mais **à l'envers**, c'est $\neg p$, donc je barre p, je conserve q, mais j'enlève tout ce qui est p, et tout ce qui est en dehors des deux, 1.08.34, ça j'appelle ça les zones atomiques, vous comprenez pourquoi on appelle ça **zones atomiques ?**, parce que c'est des atomes, c'est les plus petites zones, ensuite les zones vont être des composés de zones atomiques, ici $\neg p \wedge \neg q$ il faut barré p, et il faut barrer q, donc c'est Vrai ici, et c'est Faux, là, vous voyez que si je fais la réunion de ces deux là j'obtiens p, si je garde l'intersection de $p \wedge q$ et une partie de p qui est en dehors de q, si je fais l'union de ces deux là, j'ai bien p qui nous reste ! 1.08.49 !!?, et ici si je fais **ça et ça**, j'ai $p \wedge \neg q$, $p \wedge q$, et ici j'ai $\neg p \wedge q$, donc ici j'ai q, maintenant je peux tracer tous les traits qui sont dans les cercles intermédiaires, je vous ai montré que j'utilise ce schéma là, et alors $p \wedge q$, c'est l'intersection, Ha bin voilà, c'est de l'intersection, ça et ça, ici il y a quelque chose qui ne va pas, $p \wedge q$ c'est ça, **la conjonction des deux c'est $p \wedge q$**, ha non, ça ici, c'est $p \wedge \neg q$, .. c'est cette zone là, on supprime ce qui est autour, et j'ai obtenu l'union avec celui là, ça fait bien ça, je garde cette zone là et là, ça fait ce schéma ?, vous êtes d'accord ? **JR** : Mmm ! **JMV** : donc comment ça se fait que $q \vee p \wedge \neg q$; $q \vee p <\neq> q$, ça c'est différent de q, ça c'est q, **comment se fait il que ça fait $p \vee q$?.** Il semble bien ! Quelle erreur je commets ? Vous voyez **l'écriture, c'est pour corriger l'objet** ! Quand vous cherchez à l'écrire, à un moment vous êtes bloqués, quand vous n'arrivez pas à l'écrire, il faut se poser la question, comment écrire ça ? **JR** : ça donne $q \wedge \neg p$, **JMV** : ça ça donne $q \wedge \neg p$, dites vous, pourquoi ? **JR** : parce que vous garder la partie de q qui n'est pas dans p, **JMV** : il faut supprimer ça ?, **non**, si vous faites l'union, du moment que c'est vrai ici, ça va se conserver, la seule chose que vous allez supprimer, c'est l'extérieur qui est dans les deux et qui est hachuré, c'est ça la règle du jeu, 1.1030, c'est ce qu'on a dit de l'union qui est ici, il suffit qu'il y a en ait un qui soit vrai pour que ce soit vrai, et si les deux sont faux, c'est faux, !, les deux étant hachurés on conserve les hachures extérieures, alors là je suis vraiment surpris, il y a quelque chose qui m'échappe, je vais effacer, je voudrai quand même qu'on avance, ça c'est autant pour moi, je vais étudier ça cette semaine, vous pouvez le faire aussi, si vous avez capté ce que j'essaye de faire là, j'essayais de faire **le treillis des différents connecteurs binaires, à partir de $p \wedge q$,**